

Undersøgende læringsmiljø i matematik

Kritisk refleksion efter skoleperioden

*Anders Folke Larsen & Mikkel Hein (lærerstudere), N. Zahles Seminarium
Tine Wedege, Lärarutbildningen, Malmö Högskola*

I skoleperioden kom Anders og Mikkel i samme situation som andre lærerstudere i matematik. Deres forestillinger om ny matematikundervisning viste sig at være vanskelige at realisere. De forsøgte sig med udforskende matematik i undersøgelseslandskaber, men oplevede modstand både fra elever og lærere. I deres kritiske og reflekterede tilbageblik på skoleperioden opnåede de en teoretisk forståelse for vanskelighederne med at ændre den matematikundervisning som bedst italesættes i en opgavediskurs. De havde nemlig ignoreret de to klassers didaktiske kontrakter for matematikundervisningen. Anders' og Mikkel's refleksioner munder ud i deres bud på hvordan de kunne have etableret undersøgende og eksperimenterende læringsmiljøer som en løsning der imødekom lærere og elever og samtidig deres eget ønske om at forny matematikundervisningens praksis.

Introduktion

Ligesom andre danske lærerstudere skulle vi, Anders Folke Larsen og Mikkel Hein, i praktik på læreruddannelsens 3. år. Som praktikanter kom vi nærmere en forståelse af hvordan det er at undervise som uddannet matematiklærer. Skoleperioden, som den kaldes, er en lang praktik hvor de studerende selv planlægger og tilrettelægger undervisningen. Men efter endt praktik var vi forundrede over hvad der egentlig var sket, og hvorfor det skete. Vi havde en mængde problemstillinger at bearbejde. F.eks. havde vi oplevet at det var svært at overtage en anden lærers undervisning. I vores udvikling mod at blive kompetente matematiklærere havde vi ønsket at afprøve anderledes undervisningsmetoder – dog uden større held i starten.

Gennem arbejdet med en fagdidaktisk opgave i matematik opnåede vi efterfølgende en forståelse af vores erfaringer ved at reflektere over praksis i skoleperioden. Didaktiske begreber og distinktioner som "opgaveparadigme"/"undersøgelseslandskaber", "didaktisk kontrakt" og "opgavediskurs" dannede grundlag for refleksionerne ud fra vores problemformulering for opgaven:

Hvordan kan vi tilrettelægge og udføre matematikundervisning med et undersøgende og eksperimenterende læringsmiljø når eleverne er opdraget i opgavediskursen?

Tine Wedege har forkortet og gennemskrevet opgaven til artikelform i samarbejde med Anders og Mikkel. Hun underviser på den svenske læreruddannelse og har altså ikke været vejleder for opgaven.

I artiklen præsenteres først den teoretiske ramme for opgavens refleksioner. Dernæst beskrives og analyseres episoder fra matematikundervisningen i en 6.-klasse og en 3.-klasse på en lille skole i Nordsjælland som de blev oplevet i skoleperioden af henholdsvis Anders og Mikkel. Artiklens datamateriale er produceret i praktikperioden ved vores efterbehandling af alle undervisningstimer i form af diskussioner og logbogsskrivning bl.a. med noter fra samtaler i klasserummet. I artiklen præsenterer vi desuden “undersøgende læringsmiljø” som forslag til en arbejdsform der kan bygge bro mellem opgaveparadigmet og undersøgelseslandskaber og samtidig imødekomme behovet for variation i undervisningen.

Tre didaktiske begreber

Didaktiske teorier og begreber kan hjælpe med at reducere praksis’ kompleksitet i matematiklærerens refleksioner før, under og efter undervisningen. Før praktikperioden havde vi læst artiklen “Undersøgelseslandskaber” (Skovsmose, 2003) og var inspirerede af distinktionerne mellem opgaveparadigme og undersøgelseslandskab ved planlægningen af vores undervisning. I det efterfølgende arbejde med den fagdidaktiske opgave fandt vi nogle centrale referencer i Skovsmoses artikel. Her mødte vi begreberne didaktisk kontrakt og opgavediskurs som blev redskaber i vores refleksioner om praksis i skoleperioden.

Den didaktiske kontrakt

Den didaktiske kontrakt er et begreb om reglerne for interaktion i det matematiske klasserum. Det er introduceret og defineret af den franske matematikdidaktiker Guy Brousseau omkring 1985 og udviklet som en del af teoribygningen om *didaktiske situationer*.¹ Morten Blomhøj (1995) har operationaliseret begrebet i artiklen “Den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen” hvor det er løsrevet fra teorien om didaktiske situationer, og han har brugt det i en analyse af grundskolematematik. Tilsvarende har Tine Wedege og Jeppe Skott (2006) i forskningsprojektet “Ændring af indstillinger og praksisser” brugt begrebet didaktisk kontrakt som metafor for at kunne identificere ændringer i matematikundervisningens praksis.

Metaforen *didaktisk kontrakt* som den bruges i vores refleksioner, refererer til at der i en vedvarende undervisningssituation opstår et særligt forhold mellem lærer og

1 Carl Winsløw (2006) har præsenteret teorien om didaktiske situationer og didaktisk kontrakt på dansk i lærebogen “Didaktiske elementer” (kapitel 7).

elever i deres fælles møde med matematikfaget som udmønter sig i et sæt spilleregler for undervisning og læring. Dermed opbygger eleverne en forforståelse af matematik og matematikundervisning som overordnet knytter sig til tre centrale spørgsmål:

- Hvad er matematik og matematikundervisning?
- Hvordan lærer man matematik?
- Hvorfor lærer man matematik? (se Wedege & Skott, 2006, s. 40-44)

En kontrakt kan f.eks. gå ud på at læreren altid indleder timen med et kort oplæg på tavlen som skal bruges til at regne dagens opgaver. Resten af timen går med opgave-regning og slutter med en afrunding fra tavlen. En opfattelse som kunne opstå hos eleverne i denne klasse, er at matematik er det man skal bruge til at løse opgaver med. Den didaktiske kontrakt fungerer både som forudsætning og vilkår for matematikundervisningen i enhver klasse.

Opgavediskursen

For at karakterisere en bestemt type kontrakt for matematikundervisningen definerede den norske matematikdidaktiker Stieg Mellin-Olsen (1990) begrebet opgavediskurs. Det skete med baggrund i hans arbejde med at interviewe 20 matematiklærere om deres didaktiske håndtering af kundskaberne i matematikfaget. I interviewene sporede han en klar tendens i hvordan matematiklærerne italesætter deres fag – en sprogbrug som han genfandt hos eleverne. Den tendens vælger Mellin-Olsen at kalde *opgavediskursen*. Han bruger med en henvisning til Foucault "diskurs" i den forstand hvor sprog og praksis er knyttet sammen gennem en institutionel tilknytning:

Opgavediskursen er derfor et språk og en praksis som læreren utøver, med tilknytning til institusjonen, i vårt tilfelle skolen, og til matematikundervisningens tradisjon. (Mellin-Olsen, 1990, s. 47)

Ifølge Mellin-Olsen er det første kendetegn ved matematiklærernes sprog og praksis *hastigheden i kundskabsformidlingen* (s. 48). Lærerne må konstant forholde sig til trin- og slutmål. Undervisningen tilrettelægges omkring eksamener og prøver så eleverne kan klare sig bedst muligt. Lærerne har hele tiden noget de skal nå. Det kan beskrives som en rejse hvor man enten kan være med, foran, bagud, kørt af sporet eller lignende. Hvor dybt klassen kommer i et emne, afhænger af hvor meget man skal nå resten af året.

I opgavediskursen arbejder man med opgavesæt der har bestemte karakteristika: Hver opgave danner et sluttet hele, dvs. at den leder videre til næste opgave eller emne i bogen, opgaverne er ordnet i rækkefølge så læreren altid kan se hvor langt

eleverne er nået, og endelig inviterer opgaverne ikke til at eleverne selv formulerer problemstillinger. Undervisning ud fra opgavesæt placerer eleverne ind i en række efter hvem der er hurtigst til at regne. Der opstår allerede i de små klasser en konkurrence om hvem der er "hurtigst", og fokus ligger mere på om man har regnet opgaven rigtigt, end om man har forstået hvad opgaven går ud på.

Et andet kendetegn er at opgavediskursen har et "felt" i klassen med en top, middel og bund blandt eleverne. Det skaber *differentieringsproblemer* (s. 52). Når alle elever er forskellige steder i opgavesættet, kan det være svært at henvende sig med noget fagligt til hele klassen. Det gælder også at elevernes regnehastighed ikke altid er udtryk for deres matematiske forståelse, men måske mere for hvor grundigt de går til værks. Der lægges i det hele taget stor vægt på regnefærdighederne i opgavediskursen. Det kan på sigt også virke ekskluderende for svage eller langsomme regnere.

Ifølge Mellin-Olsen opstår der også problemer når eleverne skal forholde sig til tekstopgaver (s. 52). De spørger læreren om hjælp inden de har sat sig ind i den problemstilling som de er stillet over for. Desuden har de en tendens til at afkode tekstopgaver. Teksten indeholder tit to eller tre tal som skal ganges, divideres, lægges sammen eller trækkes fra hinanden. Når opgavetyper er afkodet, behøver eleven ikke at forholde sig til opgavens problemstilling, men kan nøjes med det regnestykke som den lægger op til.

Undersøgelseslandskab

I artiklen "Undersøgelseslandskaber" diskuterer Ole Skovsmose (2003) seks forskellige typer læringsmiljø. Han bruger de to dimensioner *arbejdsform* og *reference til matematik/virkelighed* i en analytisk matrix. Her skelner han i søjlerne mellem to arbejdsformer beskrevet ved "opgaveparadigme" og "undersøgelseslandskaber" og i rækkerne mellem referencer til "ren" matematik, referencer til "semi-virkelighed" og reelle referencer (se tabel 1). *Opgaveparadigmet* definerer Skovsmose med inspiration i Mellin-Olsens begreb "opgavediskurs" og med reference til Blomhøjs beskrivelse af elementer fra den didaktiske kontrakt i en matematikundervisning hvor læreren indleder med at gennemgå nyt stof og derefter udvalgte opgaver, hvorefter eleverne regner opgaver individuelt eller i grupper. Med denne definition bliver opgaveparadigmet en undervisningsform, mens opgavediskursen er den tilhørende sprogbrug og praksis.

	Opgaveparadigmet	Undersøgelseslandskaber
Referencer til “ren” matematik	(1)	(2)
Referencer til “semi-virkelighed”	(3)	(4)
Reelle referencer	(5)	(6)

Tabel 1. Seks læringsmiljøer (efter Skovsmose, 2003, s. 149).

At udforske *undersøgelseslandskaber* er en anden undervisningsform. Skovsmoses definition af *undersøgelseslandskaber* tager udgangspunkt i at elevernes læreproces er styret af forundring: De skal selv udforske matematikken. Men for at et *undersøgelseslandskab* skal blive en realitet, må eleverne tage imod lærerens opfordring eller invitation til udforskning. I det undersøgende arbejde vil sprogbrug og kommunikation i klassen være anderledes end i opgavediskursen. Sætninger som “Hvad nu hvis ...?” og “Hvordan kan det være at ...?” er omdrejningspunktet for det matematiske arbejde. Derved bliver det undersøgende arbejde problematiserende. Det giver læreren en ny rolle som vejleder og inspirator.

Arbejdet i *undersøgelseslandskaber* er præget af ikke-facit-orienteret undervisning hvor eleverne selv styrer de matematiske udfordringer i nye retninger med støtte fra læreren. Derfor må fælles klasseundervisning være mindre fokuseret på monologisk tavleundervisning, men lægge op til dialoger mellem elever og lærer. Skovsmose finder det afgørende at udfordre opgaveparadigmet, men han opfatter ikke den bedste matematikundervisning som en hvor man udelukkende etablerer læringsmiljøer af type (6) (*undersøgelseslandskaber* med reelle referencer). Det er variationen som giver de bedste muligheder for elevernes læring:

Jeg tror ikke, at det bedste grundlag for matematiklæring opnås ved at parkere i et enkelt felt i matricen, heller ikke i (6). Den enkelte klasse og lærer må finde en fælles rytme og sammen bevæge sig rundt mellem forskellige typer læringsmiljø. (Skovsmose, 2003, s. 152)

Undersøgende læringsmiljø

Som kommende lærere i folkeskolen må vi forholde os til de centrale retningslinjer. Derfor henviser vi i opgaven til bindende, fælles nationale mål i Undervisningsministeriets publikation *Fælles Mål* (2003). Vi citerer fra formålsbeskrivelsen for matematikfaget hvor man kan læse at eleverne selvstændigt og i grupper skal “... erfare, at matematik både er et redskab til problemløsning og et kreativt fag. Undervisningen

skal give mulighed for indlevelse og fremme deres fantasi og nysgerrighed”. Det vil sige formuleringer som umiddelbart forbindes med undersøgende og eksperimenterende elever. Men som man kan se nedenfor, havde vi som novicer problemer med at praktisere undersøgelseslandskaber i 6. og 3. klasse på vores skole.

Ud fra vores erfaringer i praktikken og ved det efterfølgende arbejde med den fagdidaktiske opgave fik vi formuleret en række mulige fordele og ulemper ved opgaveparadigmet og undersøgelseslandskaber som undervisningsformer. Fordele ved opgaveparadigmet er bl.a. at det er nemmere at organisere undervisningen, og at det giver bedre kontrol med hvilke opgaver eleverne har arbejdet med. Ulemper er f.eks. at lærerens rolle kan reduceres til opgavestiller og facitliste, og at det giver problemer med at differentiere undervisningen. Fordele ved undersøgelseslandskaber er bl.a. at det lægger op til undervisningsdifferentiering, og at eleverne får bedre mulighed for at udvikle forståelse for sammenhænge. Ulemper er f.eks. at forudsætningen for et godt forløb er høj elevmotivation, og at der er risiko for elevfrustration fordi opgaven er ukonkret.

På den baggrund valgte vi at udvide Skovsmoses matrix med en ekstra kolonne i tabel 2 hvor arbejdsformen benævnes *undersøgende læringsmiljø*. Idéen er at kombinere opgaveparadigmet med undersøgelseslandskabet i samme forløb. Målet er at kunne imødekomme elever som ikke er vant til at arbejde undersøgende og eksperimenterende, og desuden give undersøgelseslandskaber en fastere struktur. Samtidig imødekommes behovet for variation i et og samme forløb – med en blandingsform af den opgavestyrede undervisning og den rent udforskende undervisning.

	Opgave-paradigmet	Undersøgende læringsmiljø	Undersøgelseslandskaber
Referencer til “ren” matematik	(1)	(1,2)	(2)
Referencer til “semi-virkelighed”	(3)	(3,4)	(4)
Reelle referencer	(5)	(5,6)	(6)

Tabel 2. Ni læringsmiljøer.

Det undersøgende læringsmiljø smyger sig ind imellem de to søjler hvor opgaveparadigmet fokuserer på facitorienteret undervisning i den ene søjle, og undersøgelseslandskaberne på eksperimenter og undersøgelser uden fokus på facit i den anden. Miljøet kombinerer opgavebaseret og undersøgende/eksperimenterende virksomhed. I praksis kan man indlede arbejdet med lukkede opgaver stillet af læreren. Derefter kan man gradvist udvide horisonten for opgaverne og opfordre eleverne til at finde på

alternativer og nye problemer. Der skal være en vekselvirkning mellem faste rammer og løsere strukturer. Tanken er at gøre det nemmere for elever som er opdraget med opgavediskursen, at gå ind i det undersøgende læringsmiljø.

“Hvad skal vi gøre her?”

I dette afsnit beskriver og analyserer Mikkel sine oplevelser i praktikken i en 6.-klasse.

Jeg underviste 6. klasse i matematik to dobbelttimer om ugen. Praktiklæreren, Lene, brugte bogsystemet MatematikTak og havde en forventning om at jeg ville fortsætte undervisningen med det system. Hun havde udvalgt et par afsnit om forholdet mellem brøker, procent og decimaltal som hun syntes det var en god idé for mig at undervise i bl.a. fordi matematikken ikke var helt nyt for eleverne. For en praktikant er det fristende at forsøge at kopiere praktiklærerens undervisningsstil. Man regner med at den virker i klassen fordi den didaktiske kontrakt giver tryghed og sikkerhed. Derfor overtog jeg Lenes arbejdsform. Efter første undervisningstime valgte jeg at udarbejde undervisningsmaterialet selv bl.a. ud fra hjemmesiden www.matematikbogen.dk med forslag til matematikopgaver.

Jeg begyndte hver time ved tavlen med gennemgang af nogle centrale begreber om forholdet mellem procent, brøker og decimaltal. Oplæggene var direkte forbundet med de opgaver som eleverne skulle regne bagefter. Efter gennemgangen regnede de, og jeg gik rundt og hjalp. Ud over arbejdet i klassen fik de hjemmeopgaver. Eleverne udtrykte stor tilfredshed ved arbejdsformen, fordi den var så konkret. Flere af dem fortalte også at deres forældre var meget tilfredse pga. lektiemængden. De så formentlig den som udtryk for et højt fagligt niveau. Men jeg oplevede ikke undervisningen som problemfri. Det fremgår af følgende beskrivelse og refleksion over en dobbelttime i klassen.

Dobbeltime om addition af brøker

Jeg lægger ud ved tavlen med at forklare eleverne om addition af brøker og hvordan man forlænger og forkorter brøker. Jeg tegner lagkager på tavlen – den ene er skåret ud i seks lige store stykker, og den anden i tre. Eleverne får udleveret et papir med regneregler for arbejdet med brøker som jeg har skrevet til dem, og de opgaveark som de skal arbejde med. Efter få minutter rækker flere hånden op. Jeg starter med Malene, og dialogen med hende har et forløb som er typisk i den klasse.

Malene: “Hvad skal man gøre her?” (Hun peger på den første opgave på siden).

Mikkel: “Prøv at læse opgaven højt for mig.”

Malene: “Forkort eller forlæng brøkerne, og læg dem sammen.”

Mikkel: "Hvad er det så du skal gøre?"

Malene: "Skal jeg så bare gøre den her større og lægge dem sammen?" (Hun peger på nævneren i $\frac{1}{3}$ som kan forlænges så den har samme nævner som $\frac{5}{6}$).

Mikkel: "Det er præcis det du skal."

Der går så 10 minutter før Malene møder et nyt problem med at subtrahere to brøker. Hun tilkalder mig og beder mig først om at rette de opgaver hun lige har lavet. Derefter gennemspilles samme situation som ovenfor: Hun kan ikke finde ud af opgaven, jeg beder hende læse den højt, hun forklarer hvordan hun skal gøre, jeg fortæller hende at det er den korrekte metode, og så kan hun arbejde videre.

Situationen synliggør et problem ved opgavediskursen. Eleverne lyttede godt nok efter når læreren underviste ved tavlen – de forholdt sig i hvert fald i ro – men bagefter fulgte de blot en algoritme og arbejdede ikke selv med at forstå addition af brøker. Det var karakteristisk for den didaktiske kontrakt i klassen at jeg hele tiden skulle rundt og godkende elevernes arbejde. Kommunikationen mellem lærer og elev var fokuseret på det regnetekniske, mens der ikke foregik en problematisering og undren over matematikken. Den kontrakt som enhver lærer har indgået med sine elever gennem matematikundervisningens praksis, begrænser en ny lærers muligheder for at gøre noget andet.

Et af mine problemer i 6.-klassen var at jeg ikke fik differentieret undervisningen. Alle elever fik samme opgaver, og de svageste elever kunne jeg umiddelbart hjælpe inden for kontrakten, men de dygtigste elever fik mindst opmærksomhed. Det var fem piger og tre drenge som stille og roligt regnede alle opgaverne. Fordi jeg brugte så meget tid på at hjælpe de svageste, fik jeg ikke stillet dem udfordrende opgaver og spørgsmål. Det betød at deres arbejde ligesom de andre elevers overvejende havde fokus på algoritmer og regnefærdigheder, og det frustrerede mig mere og mere.

I undervisningsforløbet bevægede elevernes arbejde sig mellem arbejdsformerne i type 1 og 2 i Skovsmoses model (tabel 1).

Forestilling om undersøgende læringsmiljø

Set i bakspejlet og med inspiration i vores diskussioner om undersøgende læringsmiljøer ville jeg have udformet forløbet anderledes. For at imødekomme eleverne og den didaktiske kontrakt i klassen skal de matematiske undersøgelser være konkrete, men der skal være en vekselvirkning mellem opgaveregning og undersøgende aktiviteter.

Efter en kort introduktion deles klassen ind i grupper på 3-4 elever. Hver gruppe får et af emnerne brøker, procent og decimaltal. I første opgave skal de arbejde med konkrete repræsentationer. Det vil sige at de skal forsøge at anskueliggøre henholdsvis brøker, procent og decimaltal (f.eks. $\frac{1}{4}$, 25 % eller 0,25) ved at tegne på kvadreret papir,

arbejde med centicubes eller hvad de nu kan finde på. I næste dobbelttime dannes nye grupper ved at bryde de gamle op og sætte en elev fra hver gruppe sammen i de nye. De skal så lave små fremlæggelser for hinanden om deres forskellige repræsentationer af henholdsvis brøk, procent og decimaltal. Jeg forestiller mig at arbejdet med at sammenligne resultaterne af deres arbejde skal lede frem til en erkendelse af sammenhængen mellem de tre matematiske begreber. At f.eks. $\frac{1}{4}$, 25 % og 0,25 er forskellige repræsentationer for det samme matematiske fænomen. Så fremlægges resultater og diskussioner fra de nye gruppers arbejde i klassen. Hvad er eleverne nået frem til, og er de nået frem til noget forskelligt? I næste opgave kan man arbejde med procentdele og brøkdele af et rationalt tal ud fra spørgsmålet "Hvornår er det relevant i det virkelige liv? Vælg et eksempel, og lav et oplæg." Derefter fremvisning hvor hver gruppe opponerer på en anden gruppes arbejde, dvs. stiller kritiske spørgsmål og diskuterer gruppens resultater.

I undervisningsforløbet er undersøgende læringsmiljø arbejdsformen. Eleverne får konkrete opgaver som de skal løse, men opgaverne har samtidig en undersøgende karakter. I eksemplet med procent, decimaltal og brøker vil det være muligt at arbejde på alle tre niveauer i matricen (tabel 2). Først med referencer til ren matematik, mens der senere bliver fokus på referencer til "semi-virkelighed" og reelle referencer. Hvis eleverne finder det interessant at arbejde med rabat på mobiltelefoner kan det være reelle referencer (5,6), men de kan også konstruere en semi-virkelighed ved at lege supermarked (3,4). Når eleverne selv skal formulere problemer, bliver der bedre mulighed for at differentiere så også de dygtigste elever får udfordringer. Lærerrollen ændrer samtidig karakter: fra facitliste til vejleder og støtte. Kommunikation mellem elev-elev og lærer-elev kan fokusere på matematiske problemstillinger – ikke bare på spørgsmål om hvordan man regner en opgave eller godkendelse af et facit. Jeg forestiller mig at stoffet på den måde bliver elevernes eget. Deres aktivitetsniveau i processen vil stige, og derved kan de få en bredere forståelse for sammenhænge mellem brøk, procent og decimaltal.

"Jamen har vi da ikke regnet rigtigt?"

I dette afsnit beskriver og analyserer Anders sine oplevelser i en 3.-klasse.

Jeg underviste i en 3.-klasse, mens Mikkel var observatør og medhjælper i nogle af timerne. Klassens lærer Jan brugte ikke noget lærebogssystem i matematik men udarbejdede i stedet sit eget materiale. Hans timer var organiseret med et introducerende oplæg hvorefter eleverne arbejdede selvstændigt eller sammen med sidekammeraten mens jeg gik rundt og hjalp. Når dagens opgaver var løst, havde eleverne et opgavehæfte (Sigma) som de kunne "sidde og hygge sig med" til timen var slut. Det vil sige at jeg måtte udarbejde mit eget undervisningsmateriale. Jeg havde aldrig

undervist på det klassetrin før og var usikker på deres niveau, men blev enig med Jan om at introducere til tilfældighed ved hjælp af spil og eksperimenter. Jeg ønskede at tilrettelægge forløb så det opfordrede eleverne til at arbejde undersøgende og eksperimenterende. Samtidig skulle mange af øvelserne munde ud i refleksion og diskussion med sidemanden/gruppen og i klassen.

Den første introduktion til tilfældighed forløb over to uger med fire dobbelttimer i alt. I de første timer skulle eleverne kaste med en terning et givet antal gange, notere udfaldene i et skema og tegne dem ind i søjlediagrammer. Idéen var at de skulle kigge efter tendenser i udfaldene og prøve at overveje chancen for at slå f.eks. en femmer. Når erkendelsen af at der er lige stor chance for at slå et hvilket som helst antal øjne, så småt var på plads, skulle de slå videre med to terninger for at vurdere sandsynligheden for de forskellige summer, f.eks. otte. Undervisningsformen i forløbet var planlagt som kategori (6) i tabel 1, altså et undersøgelseslandskab med reelle referencer til sandsynlighedsfeltet for den terning som eleverne kaster med.

Det begynder med en indledende diskussion om tilfældighed, chance og sandsynlighed, og eleverne går i gang med at kaste med terningen. De arbejder sammen i par og skiftes til at kaste og notere resultaterne i skemaet – i alt 50 gange. Nogle par arbejder hurtigt mod målet at få kastet de 50 slag, og der går ikke lang tid før de første rakte hånden op. “Anders/Mikkel! Nu er vi færdige. Hvad skal vi så lave?” Når læreren spørger ind til deres undersøgelser, svarer de præcist med de noterede tal og glider samtidig af på diskussions- og refleksionsspørgsmål. De går f.eks. i baglås ved spørgsmål indledt med “Hvorfor det?” eller “Hvad tror I at ...?” De er orienteret mod facit. Spørgsmål som “Anders/Mikkel! Kom og se om det her er rigtigt ...” høres tit i klassen.

De hurtigste bliver bedt om at gennemføre forsøget igen og sammenligne med det forrige. Det fører til lidt irritation og ytringer som “Jamen, har vi da ikke svaret rigtigt?” Her er en typisk dialog, hvor også læreren i sin sprogbrug bliver fanget i opgavediskursen:

Elev: “Kom og se. Nu er vi færdige. Hvad skal vi så lave?”

(Læreren kommer hen til gruppen).

Elev: “Prøv at se. Er det her rigtigt?”

Lærer: “Hmm. Det ser fint ud. Hvilken en har I fået flest af?”

Elev: “Femmerne.”

Lærer: “Hvor mange har I af dem?”

Elev: “14. Prøv at se.” (Peger på søjlediagrammet). “Er det rigtigt?”

Lærer: “Ja, det ser rigtig fint ud. Prøv at gentage forsøget, og undersøg om I får det samme resultat.”

Elever: “Arj, nu har vi lige lavet det en gang. Er det da ikke rigtigt? ...”

Der er megen uro i klassen. Når eleverne føler at de har løst opgaven tilfredsstillende, eller venter på at få hjælp til at komme videre, begynder de at kede sig og pjatte. Da alle er færdige, samler jeg op ved tavlen. Alle elevernes forsøgsresultater bliver lagt sammen: i alt 550 udfald. De ser på tendenserne for udfaldene. Der er en del elevforsøg med en klar overvægt af et bestemt antal øjne. Da resultater fra alle undersøgelser bliver samlet i en tabel er antallet af udfald med forskellige antal øjne som ventet nogenlunde lige fordelt.

Sandsynlighed er et meget svært emne på 3. klassesettrin. At kunne overskue sandsynlighedsfeltet på en terning er måske for stor en mundfuld, men der viste sig alligevel nogle klare tendenser i måden eleverne taklede situationen på.

- Stort set alle elever var meget facit-orienterede og stillede sig kritiske eller uforstående over for åbne spørgsmål.
- De var hurtige til at søge anerkendelse hos læreren, f.eks. ved rigtigt løste opgaver.
- De var præget af at ville løse de stillede opgaver så hurtigt som muligt så de kunne komme videre til den næste.
- De var ikke vant til faglige diskussioner fælles i klassen og blev hurtigt urolige.

Den didaktiske kontrakt i dette klasserum er præget af opgavediskursen. Elevernes opfattelse af hvad matematik er, hænger sammen med at de plejer at få en række opgaver som de løser og opnår anerkendelse for når de har det rigtige facit. De konkurrerer indbyrdes om hvem der er den hurtigste og har flest rigtige svar. Derfor blev de frustreret når de fik en opgave og en række spørgsmål uden et umiddelbart facit. Da jeg bad dem om at udføre forsøget med terningen, brød jeg den kontrakt som eleverne ubevidst har indgået med deres lærer. I dialogen ser vi et eksempel på det. Eleverne er drevet af at løse en opgave for at kunne få en ny. For dem gælder det om et tal med to streger under og så videre til den næste. De blev irriteret over at den hemmelighedsfulde lærer ikke satte et hak og stillede en ny opgave men i stedet kom med dumme spørgsmål som "Hvorfor nu det ...?" eller "Hvad tror I ...?" Flere elever spurgte indimellem om de ikke bare kunne sidde og løse opgaver i deres opgavebog.

Det er ikke ligetil for praktikanten – den nye lærer – at gå ind i en klasse og overtage undervisning som foregår med en anden arbejdsform og et andet fokus end det praktikanten ønsker at prioritere. Eleverne bliver forvirrede når undervisningen og de vante strukturer i hverdagen brydes ned. Det er en udfordring at være opmærksom på og forsøge at afdække den didaktiske kontrakt for matematikundervisningen i netop denne klasse: elevernes for forståelse af hvad matematik kan være, og hvordan undervisningen skal forløbe. Hvis den nye lærer ønsker at ændre kontrakten ved brug af andre undervisningsformer, så sker det ikke fra den ene dag til den anden. Det er

en lang proces, for eleverne skal tilvænnens og trænes for f.eks. at kunne deltage i et undersøgelseslandskab.

Erfaring med undersøgende læringsmiljø

Jeg diskuterede problemstillingen med min praktiklærer, Jan, og vi blev enige om at der skulle være en fastere struktur i den næste dobbelttime. Her skulle eleverne kaste med to terninger, hvilket måske også giver et mere håndgribeligt indtryk af sandsynlighed for de forskellige udfald. Eleverne fik udleveret et lille kompendium med arbejds spørgsmål som skulle stimulere deres trang til at løse opgaver og samtidig fremme deres refleksion. Det var også en måde at holde eleverne beskæftiget på når de ventede på hjælp. Som Jan sagde: "Der er ingen problemer når de ved hvad de skal lave. Når de ikke ved det, finder de som regel selv på noget, og det har ikke altid noget med matematik at gøre."

Jeg lagde ud med kort at følge op på sidste dobbelttime: Hvad lavede vi, og hvad kom vi frem til? Derefter gav jeg en detaljeret beskrivelse af hvad der skulle foregå i dobbelttimen, og hvad de skulle gøre hvornår. Jeg var bl.a. omhyggelig med at gennemgå det nye kompendium, hvilke ting de skulle overveje undervejs, og hvad de skulle tage sig til når de følte at de var færdige. Desuden fik de lov til at arbejde i Sigma-bogen når de var færdige eller ventede på hjælp. Det gav en større ro i klassen da der på den måde altid var noget matematisk at tage sig til.

Eleverne gik i gang med forsøget to og to. De arbejdede koncentreret med at kaste terninger og notere i et stykke tid. Da de første var færdige med at kaste terninger, begyndte de at spørge igen. "Så er vi færdige med at kaste. Hvad skal vi så?" Her kunne jeg henvise til arbejds spørgsmålene i kompendiet, og eleverne arbejdede stille og roligt videre. Når de enkelte par blev færdige kunne jeg spørge til deres forståelse ved at kæde de forskellige arbejds spørgsmål sammen. Jeg kunne f.eks. give tips om en sammenhæng mellem antal mulige udfald for en given sum og chancen for at få den. Samtidig opfordrede jeg til videre undersøgelser som f.eks. om muligheden for at få en given sum i forhold til andre. Eleverne arbejdede koncentreret igennem hele dobbelttimen, og de sluttede af med en opfølgning i fællesskab hvor alle fik præsenteret deres prøveresultater og fik en fælles diskussion om muligheden for at få de forskellige udfald.

Dobbelttimen var præget af ro. Det kan skyldes at der var en klar plan for hvad der skulle foregå i lektionerne. Samtidig betød arbejds spørgsmålene at eleverne i højere grad kunne arbejde selvstændigt med problemstillingerne. Desuden pegede en række af opgaverne mod et egentligt facit, og det gav eleverne den sædvanlige tilfredsstillelse ved at have regnet en opgave rigtigt.

Forløbet kan placeres som type (5,6) i tabel 2, altså et undersøgende læringsmiljø med reelle referencer. Igen er det terningerne som er udgangspunktet, men denne

gang afveksler det undersøgende arbejde med konkret stillede opgaver som umiddelbart holder eleverne beskæftiget og samtidig er med til at lede dem i retning af forståelse for sammenhæng. Med andre ord er facit ikke det centrale men blot et redskab som viser eleverne at de er på rette spor.

Diskussion

Når vi som nye lærere ønsker at tilrettelægge og udføre undervisning baseret på undersøgende og eksperimenterende aktiviteter, så er vi nødt til at tage udgangspunkt i elevernes forforståelse af matematikundervisning. Det er hovedkonklusionen på vores erfaringer i skoleperioden og de efterfølgende teoribaserede refleksioner i fagdidaktikopgaven som afsluttede vores tredje år læreruddannelsen. I praktikken erfarede vi at det ikke er muligt uden videre at indføre undersøgelseslandskaber som bærende princip i undervisningen når matematik normalt var italesat gennem opgavediskursen, eller når matematik ifølge den didaktiske kontrakt mellem elever og lærer opfattes som et regnefag hvor man først og fremmest lærer matematik ved at løse opgaver som bagefter rettes af læreren. Vores erfaringer fra en 3.- og en 6.-klasse er at eleverne fokuserer på algoritmer: “Hvad skal vi gøre her?” og på facit: “Jamen, har vi da ikke regnet rigtigt?” Vi har desuden oplevet elever som er opdraget i opgavediskursen, reagere afvisende når de præsenteres for et undersøgelseslandskab som en faglig aktivitet. Derfor har vi forsøgt at kombinere den undersøgende og eksperimenterende virksomhed med lukkede opgaver i et undersøgende læringsmiljø. Med denne arbejdsform er målet at bygge bro mellem den opgavestyrede praksis og vores egen forestilling om ny matematikundervisning.

Undervisningsministeriet har i foråret publiceret rapporten “Fremtidens matematik i folkeskolen” fra udvalget til forberedelse af en handlingsplan for matematik i folkeskolen (2006). Udvalget foreslår at formålet for matematik omskrives. Men tænk-somhed og kreativitet nævnes fortsat som nogle af de centrale kompetencer. Samtidig arbejder regeringen og dens skolepolitiske støttepartier på bl.a. at indføre nationale test med det erklærede mål at sikre et højere fagligt niveau og en bedre undervisning i matematik. De danske resultater i de internationale undersøgelser af børn og unges matematiske kompetencer – a la PISA – skal blive bedre, og vejen hertil er at udvikle en evalueringskultur i folkeskolen – stadig ifølge det aktuelle politiske flertal.

En didaktisk kontrakt baseret på opgavediskursen med de to karakteristiske træk “hastighed” og “facitorientering” vil umiddelbart kunne orientere eleverne mod prøver og eksamen. Men vores erfaringer i 3. og 6. klasse var at den didaktiske kontrakt mellem praktiklærer og elever i de to matematikklasser begrænsede handlerummet – bl.a. i forhold til at kunne differentiere undervisningen. Man må også huske at kontrakten etableres i en kontekst for skole og undervisning på samme måde som opgavediskursen – ikke i et autonomt rum:

En diskurs binder en række forhold rundt en kunnskapsformidling sammen. Disse forholdene er knyttet til kultur, tradisjon og en rekke andre rammefaktorer rundt undervisningen.

Dersom en ønsker å endre læreres praksis i matematikkundervisning kan det derfor være nødvendig å endre en rekke forhold rundt undervisningen, nettopp fordi en diskurs som oppgavediskursen bunner i så mange forskjellige forhold som den gjør. (Mellin-Olsen, 1990, s. 63)

Derfor vil vi slutte med det fromme håb at den matematikdidaktiske viden om betingelser for elevenes læring bliver brugt på det politisk-administrative niveau så der etableres rammer for matematikundervisningen som åpner mulighed for at undersøgende læringsmiljøer kan stå centralt med deres blanding af åbne og lukkede aktiviteter.

Referencer

- Blomhøj, M. (1995). Den didaktiske kontrakt i undervisningen. *Kognition og Pædagogik*, 1995(3), s. 16-25.
- Fremtidens matematik i folkeskolen (2006). *En rapport fra udvalget til forberedelse af en handlingsplan for matematik i folkeskolen*. Undervisningsministeriet. (Kan downloades på www.uvm.dk).
- Fælles Mål (2003). *Faghæfte 12 – Matematik*. København: Undervisningsministeriet. (Kan også downloades på www.uvm.dk).
- Mellin-Olsen, S. (1990). *Oppgavediskursen*. I: G. Nissen & M. Blomhøj (red.), *Matematikundervisning og Demokrati. Initiativ vedr. Matematikundervisning* (s. 47-64). Roskilde: IMFUFA, RUC.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. I: O. Skovsmose & M. Blomhøj (red.), *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring* (s. 143-158). København: L&R Uddannelse.
- Wedeg, T. & Skott, J. (2006). *Changing views and practices? A study of the KappAbel mathematics competition*. Trondheim: Nasjonal Senter for Matematikk i Opplæringen, NTNU. (Kan downloades på www.matematikkssenteret.no).
- Winsløw, C. (2006). *Didaktiske elementer: en indføring i matematikkens og naturfagenes didaktik*. København: Forlaget Biofolia.